Binární soustava

Binární neboli dvojková soustava je způsob zápisu čísel pomocí číslic 1 a 0 (neplést číslo a číslici).

Jak to funguje? Běžně zapisujeme čísla v desítkové soustavě a používáme k tomu deset číslic: 0,1,...,9. Co ale přesně znamená v tomto případě slovo „desítková“? Kromě toho, že udává, kolik číslic můžeme používat, hlavně říká, kolik jednotek nižšího řádu dá dohromady jednu jednotku vyššího řádu.

Trochu to vysvětlíme. Mějme třeba číslo 42789. Jak jistě víte ze školy, je v uvedeném čísle devítka řádu jednotek, osmička řádu desítek, sedmička řádu stovek a tak dále. Jednotky jsou nižšího řádu než desítky, desítky jsou nižšího řádu než stovky atd. Číslo bychom tedy mohli zapsat i takto: $4 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1$ [1]. Tomuto tvaru se říká rozvinutý zápis čísla. Je vidět, že abychom získali jednu desítku, musíme dát dohromady deset jednotek, abychom získali jednu stovku, musíme dát dohromady deset desítek atd.

Ve dvojkové soustavě to funguje obdobně. Jen jsou trochu jiné řády – řád jednotek, dvojek, čtyřek, osmiček…[2] Abychom dostali jednu jednotku řádu dvojek, musíme dát dohromady dvě jednotky řádu jedniček, na jednu jednotku řádu čtyřek potřebujeme dvě jednotky řádu dvojek, a tak dále.

Ještě než budeme pokračovat, měli bychom nějak odlišit, kdy je číslo zapsáno v soustavě desítkové, a kdy v soustavě dvojkové. To se provede tak, že se číslo dá do závorky a vpravo dolu se jako index napíše „číslo“ soustavy. Například číslo $(101010)_2$ je zapsáno ve dvojkové soustavě, zatímco $(642)_{10}$ je zapsáno v soustavě desítkové. Bude-li naprosto zřejmé o jaké soustavě mluvíme, nemusíme tento zápis používat.

Nyní se podíváme, jak by vypadal rozvinutý zápis čísla ve dvojkové soustavě. Vezměme například číslo $(101010)_2$. Jeho rozvinutý zápis bude vypadat takto: $1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1$. Toto je také způsob, jak převádět čísla z dvojkové do desítkové soustavy.

$(101010)_2 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = (42)_{10}$.

Teď si ukážeme, jak převádět čísla opačně, z desítkové do dvojkové soustavy. Postupně budeme provádět tyto kroky:

1. číslo vydělíme dvěma
2. zapíšeme si zbytek
3. výsledek předchozího dělení vydělíme dvěma
4. zbytek zapíšeme před předchozí zbytek
5. kroky 3. a 4. opakujeme tak dlouho, dokud výsledkem dělení nebude nula
6. zapsané zbytky vytvoří požadované číslo

Mějme číslo z předchozího příkladu $(42)_{10}$.

Nejdříve číslo vydělíme dvěma a zapíšeme zbytek:

42 : 2 = 21, zbytek 0
→ 0

Teď budeme celý proces opakovat, dokud výsledkem dělení nebude 0:

21 : 2 = 10, zbytek 1
→ **1**0
10 : 2 = 5, zbytek 0
→ **0**10
5 : 2 = 2, zbytek 1
→ **1**010
2 : 2 =1, zbytek 0
→ **0**1010

1 víte-li něco o umocňování, pak si možná všimnete, že je možné použít zápis $4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$, který je dokonce i lepší

2 opět si všimněte, že řády jsou mocniny dvojky (2^0, 2^1, 2^2, 2^3…)

1 : 2 = 0, zbytek 1

→ **1**01010

Výsledkem je číslo $(101010)_2$, což je dvojkový zápis čísla $(42)_{10}$ [3].

Když už teď umíme čísla převádět jak do dvojkové soustavy tak i zpět do desítkové, mohli bychom se naučit ve dvojkové soustavě také počítat. I když to tak na první pohled možná nevypadá, tak je to dokonce mnohem jednodušší než počítání v soustavě desítkové, jenom trochu (dobrá trochu víc) delší a pracnější. Začněme se sčítáním. Jistě znáte klasickou metodu sčítání „pod sebou“, kdy si čísla napíšete pod sebe a pak sčítáte vždy jen číslice, které jsou pod sebou atd. Úplně stejná metoda funguje i v dvojkové soustavě, předveďme si ji na příkladu. Budeme sčítat třeba čísla 1001111 a 1110101. Zapíšeme si je tedy takto:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ \underline{+1\,1\,1\,0\,1\,0\,1} \end{array}$$

Nyní budeme sčítat číslice, které jsou pod sebou, začneme těmi nejvíce vpravo. 1+1=10, pod čáru tedy sepíšeme 0 a jedničku si budeme pamatovat.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ \underline{+1\,1\,1\,0\,1\,0\,1} \\ 0 \end{array}$$

Pokračujeme dále, 0+1=1, k výsledku musíme ale přičíst 1, kterou si pamatujeme, tudíž 1+1=10 (jedničku můžeme zapomenout), sepíšeme tedy 0 a jedničku si opět pamatujeme.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ \underline{+1\,1\,1\,0\,1\,0\,1} \\ 0\,0 \end{array}$$

Jedeme dál, 1+1=10, k tomu ale opět musíme přičíst 1, kterou si pamatujeme, 10+1=11 (jedničku opět můžeme zapomenout), sepíšeme 1 a jedničku si zase pamatujeme.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ \underline{+1\,1\,1\,0\,1\,0\,1} \\ 1\,0\,0 \end{array}$$

A tak pokračujeme dále, dokud ještě máme co sčítat. Výsledkem tedy bude:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ \underline{+1\,1\,1\,0\,1\,0\,1} \\ 1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,0 \end{array}$$

Jak vidíte, není to o nic těžší než sčítání v desítkové soustavě. Odčítání funguje obdobně a jistě sami dokážete vymyslet jak.

Nyní se podíváme na násobení, které je sice stejně jednoduché, ale bohužel mnohem pracnější. Opět funguje na stejném principu jako násobení „pod sebou“ v desítkové soustavě. Budeme chtít vynásobit například čísla 1011 a 1001. Zapíšeme je tedy takto:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,1 \\ \underline{\cdot\,1\,0\,0\,1} \end{array}$$

3 zkuste se zamyslet nad tím, proč to takhle funguje ...

Teď budeme postupně brát číslice druhého (spodního) čísla. Začneme nejvíce vpravo, a výsledek zapíšeme tak, že poslední číslice bude pod číslicí, kterou jsme zrovna násobili. Když tohle dokončíme, tak získáme čísla už připravená pro sčítání. Stačí nám je jen sečíst a máme výsledek. Ukážeme si to na našem příkladu. Nejdříve tedy vezmeme jedničku z čísla přímo nad čarou a vynásobíme s ní číslo nahoře.

```
  1 0 1 1
· 1 0 0 1
---------
  1 0 1 1
```

Teď vezmeme další číslici, tou je nula.

```
  1 0 1 1
· 1 0 0 1
---------
  1 0 1 1
0 0 0 0
```

Tenhle řádek jsme ale mohli klidně vynechat. Stejně tak můžeme vynechat i ten další, protože následující číslice je zase nula. Přikročíme tedy rovnou k první číslici čísla nad čarou.

```
        1 0 1 1
      · 1 0 0 1
      ---------
        1 0 1 1
1 0 1 1________
```

Nakonec obě čísla sečteme.

```
        1 0 1 1
      · 1 0 0 1
      ---------
        1 0 1 1
1 0 1 1________
1 1 0 0 0 1 1
```

No a to je výsledek. Jak vidíte, je to dokonce lehčí než v desítkové soustavě, jen pracnější, zkuste si představit takhle násobit nějaká velká čísla ...

Zbývá nám jen dělení. To pro změnu funguje podobně jako v desítkové soustavě. Ukážeme si to rovnou na příkladu. Budeme chtít vydělit číslo 11011 číslem 101. Zapíšeme si to takhle:

1 1 0 1 1 : 101 =

Začneme tím, že vezmeme z dělence tolik prvních číslic, aby číslo z nich vytvořené bylo větší nebo rovno děliteli. V našem případě je první trojčíslí (110 > 101). Za rovnítko napíšeme jedničku a pod vybranou skupinu číslic napíšeme dělitele tak, aby poslední číslice dělitele byla pod poslední číslicí vybrané skupinky atd.

```
1 1 0 1 1 : 101 = 1
1 0 1
```

Teď od sebe čísla odečteme.

```
 1 1 0 1 1 : 101 = 1
-1 0 1
------
   0 1
```

Za výsledek napíšeme následující číslici dělence, v našem případě druhou jedničku zprava.

```
 1 1 0 1 1 : 101 = 1
-1 0 1
   0 1 1
```

Podíváme se, jestli je číslo, které nám vyšlo, větší nebo menší než dělitel. Pokud je větší, zapíšeme za výsledek za rovnítkem 1 a stejně jako předtím napíšeme pod naše číslo dělitele. Pokud je menší, zapíšeme za výsledek za rovnítkem 0 a napíšeme pod naše číslo nuly.

```
 1 1 0 1 1 : 101 = 10
-1 0 1
   0 1 1
   0 0 0
```

Nyní od sebe čísla odečteme, sepíšeme další číslici atd. A celý postup opakujeme, dokud nedojdeme na konec dělence.

```
 1 1 0 1 1 : 101 = 101
-1 0 1
   0 1 1
  -0 0 0
     1 1 1
    -1 0 1
       1 0
```

Za rovnítkem se nachází výsledek, na poslední řádce zbytek.